Journal of Insights in Basic and Applied Sciences

مجلة رؤى في العلوم الأساسية والتطبيقية

ISSN: 3106-1737

Volume 2, Issue 3, 2026, Pages: 136-147

Journal homepage: https://jibas.com.ly/index.php/jibas/en

Sensitivity Analysis and Programmatic Verification of Transportation Problems: A Comparison Between Manual Method and Software Solutions Using R and python: An Applied Study on Abnaa Al-Mashat Cement Brick Factory

Dr. Halima Ibrahim Elfaqhihe [1 *], Danya Al-Taher [2]
[1,2] Department of Statistics, Faculty of Science, University of Zawia, Zawia City, State of Libya

تحليل الحساسية والتحقق البرمجي لمسائل النقل: مقارنة بين المنهج اليدوي والحلول البرمجية باستخدام *R* و*Python*
(دراسة تطبيقية على مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي)

د حليمة إبراهيم الفقيه [1*]، دانية الطاهر [2]
[2،1] قسم الإحصاء، كلية العلوم ،جامعة الزاوية، مدينة الزاوية، دولة ليبيا

*Corresponding author: h.elfaqhihe@zu.edu.ly [1] and danya.ataher.04@gmail.com [2]

Received: May 26, 2026	Accepted: June 27, 2026	Published: July 16, 2026

Copyright: © 2026 by the authors. This article is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Abstract:
The transportation problem is one of the most important applications of linear programming in operations research, aiming to determine the optimal distribution plan that achieves the minimum possible cost while adhering to supply and demand constraints, making it an effective tool for supporting logistical decisions in industrial enterprises. This study aims to validate the manual solutions of the transportation problem and compare them with programmatic solutions using R and Python, in addition to conducting sensitivity analysis to assess the stability of the optimal solution and extract shadow prices and reduced costs, thereby supporting decision-making under potential changes in model data.

The study relied on a transportation model applied at the Abnaa Al-Mashat factory for cement brick manufacturing, utilizing supply, demand, and transportation cost data derived from a previous study (Alfaqihe-Alshrefe, 2025). The model was solved manually using the Northwest Corner, Least Cost, and Vogel's Approximation methods, in addition to the Two-Phase Simplex algorithm, and then verified programmatically using the lpSolve library in R and the PuLP library in Python.

The results showed a complete match between the manual and programmatic solutions, with the minimum total transportation cost reaching 155,650 monetary units. Sensitivity analysis also evaluated shadow prices and reduced costs and tested the stability of the optimal solution, showing that the optimal solution possesses a good degree of stability, and the shadow prices provided quantitative indicators to assess the impact of changes in resources and demand on the total cost.

Keywords: Operations Research, Linear Programming, Transportation Problems, Simplex Algorithm, Sensitivity Analysis, R Language, Python Language, Shadow Prices.

الملخص

تُعد مسألة النقل من أهم تطبيقات البرمجة الخطية في بحوث العمليات، إذ تهدف إلى تحديد خطة التوزيع المثلى التي تحقق أقل تكلفة ممكنة مع الالتزام بقيود العرض والطلب، الأمر الذي يجعلها أداة فعالة لدعم القرارات اللوجستية في المؤسسات الصناعية. تهدف هذه الدراسة إلى التحقق من صحة الحلول اليدوية لمسألة النقل ومقارنتها بالحلول البرمجية باستخدام لغتي R وPython، إلى جانب إجراء تحليل الحساسية لتقييم استقرار الحل الأمثل واستخراج أسعار الظل والتكاليف المختزلة، بما يدعم اتخاذ القرار في ظل التغيرات المحتملة في بيانات النموذج .اعتمدت الدراسة على نموذج نقل مطبق في مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي، باستخدام بيانات العرض والطلب وتكاليف النقل المستمدة من دراسة سابقة (Alfaqihe-Al shrefe,2025) . وتم حل النموذج يدويًا باستخدام طرق زاوية الشمال الغربي، وأقل تكلفة، وطريقة فوجل، إضافة إلى خوارزمية السمبلكس ذات الطورين، ثم التحقق من النتائج برمجيًا باستخدام مكتبة lpSolve في لغة R ومكتبة PuLP في لغة Python. أظهرت النتائج تطابقًا كاملًا بين الحلول اليدوية والبرمجية، حيث بلغت أقل تكلفة إجمالية للنقل 155650 وحدة نقدية. كما بين تحليل الحساسية لتقدير أسعار الظل والتكاليف المختزلة واختبار استقرار الحل الأمثل. ، كما بين تحليل الحساسية أن الحل الأمثل يتمتع بدرجة جيدة من الاستقرار، ووفرت أسعار الظل مؤشرات كمية لتقييم أثر التغير في الموارد والطلب على التكلفة الكلية.

الكلمات المفتاحية: بحوث العمليات، برمجة خطية، مسائل النقل، خوارزمية السمبلكس، تحليل الحساسية، لغة R، لغة Python، الأسعار الظلية، صناعة الطوب الإسمنتي، ليبيا.

1- المقدمة (Introduction)

تُعد تكاليف النقل والإمداد من أبرز العوامل المؤثرة في كفاءة الأداء التشغيلي للمؤسسات الصناعية، إذ تمثل جزءًا مهمًا من إجمالي تكاليف الإنتاج، وتنعكس بصورة مباشرة على القدرة التنافسية والربحية. ومع تزايد تعقيد شبكات التوريد وتعدد مصادر الإمداد والطلب، أصبح الاعتماد على الخبرة الشخصية أو الأساليب التقليدية في تخطيط عمليات النقل غير كافٍ لضمان الاستخدام الأمثل للموارد، مما أدى إلى تنامي الاهتمام بتطبيق أساليب بحوث العمليات، ولا سيما البرمجة الخطية، في دعم القرارات اللوجستية وتحسين كفاءة توزيع الموارد .وتُعد مسألة النقل أحد أهم تطبيقات البرمجة الخطية، حيث تهدف إلى تحديد الكميات المثلى التي تُنقل من عدة مصادر إلى عدة وجهات بما يحقق أقل تكلفة ممكنة مع الالتزام بقيود العرض والطلب. وقد طُورت العديد من الطرق لحل هذه المسألة، مثل طريقة زاوية الشمال الغربي، وطريقة أقل تكلفة، وطريقة فوجل التقريبية، إضافة إلى خوارزمية السمبلكس للوصول إلى الحل الأمثل. ومع ذلك، فإن الحلول اليدوية تصبح أقل كفاءة كلما ازدادت أحجام البيانات وتعقدت النماذج، في حين تتيح البرمجيات الحديثة تنفيذ هذه الخوارزميات بسرعة ودقة، مع توفير إمكانات إضافية مثل تحليل الحساسية واستخراج أسعار الظل والتكاليف المختزلة.

وعلى الرغم من تعدد الدراسات التي تناولت نماذج النقل في البيئات الصناعية، فإن عددًا محدودًا منها جمع بين التحقق من الحلول اليدوية، والمقارنة المنهجية مع الحلول البرمجية باستخدام أكثر من لغة برمجة، مع توظيف تحليل الحساسية لدعم اتخاذ القرار، وخاصة في التطبيقات الصناعية الليبية. وتمثل هذه الفجوة الدافع الرئيس لإجراء هذه الدراسة. وخاصة في التطبيقات الصناعية الليبية. وتمثل هذه الفجوة الدافع الرئيسي لاجراء هذه الدراسة.

1.1 مشكلة الدراسة (Research Problem)

تواجه الشركات الإنتاجية الليبية تحديات في إدارة سلاسل الإمداد اللوجستية وتكاليف النقل، وتحديداً في مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي، الذي يواجه تشتتاً في مصادر المواد الخام (المحاجر) مقارنة بوحدات الإنتاج. إن غياب استخدام الأنظمة الكمية والبرمجية في حساب جداول الشحن والتوزيع قد يترتب عليه تكاليف إضافية وهدر مالي غير مبرر، مما يوجب تطبيق نموذج نقل رياضي دقيق والتحقق من حساسيته لضمان كفاءة القرار اللوجستي .

1.2 أهمية الدراسة (Research Significance)

تكمن أهمية الدراسة في تقديم منهجية مزدوجة تجمع بين الحسابات اليدوية والتدقيق البرمجي المتوازي PythonوR، مع تسليط الضوء على تحليل الحساسية ومؤشرات أسعار الظل التي نادراً ما يتم تناولها تطبيقياً في المصانع المحلية، مما يثري المكتبة العلمية الليبية بحالة دراسية واقعية قابلة للتطبيق الفوري.

1.3 أهداف الدراسة (Research Objectives)

- إيجاد الحل الابتدائي والحل الأمثل باستخدام طرق الحل الثلاثة الخاصة لحل مسائل النقل وطريقة السيمبلكس يدوياً ومقارنته بالحل البرمجي للتحقق من الدقة والسرعة .
- استخراج أسعار الظل والتكاليف المختزلة عبر تحليل الحساسية لتقييم مدى مرونة واستقرار الحل الأمثل يدويا ومقارنته بالحلول البرمجية

1.4 تساؤلات الدراسة(Research Questions)

السؤال الأول: هل تتطابق الحلول اليدوية التقليدية مع المخرجات البرمجية لبرنامجي R و Pythonفي تحديد خطة التوزيع المثلى وتكلفتها؟

السؤال الثاني: إلى أي مدى يتمتع الحل الأمثل بالاستقرار والثبات في حال تغير أسعار النقل أو طاقات العرض والطلب؟

السؤال الثالث: ما القيمة التطبيقية التي تضيفها أسعار الظل والتكاليف المختزلة لمتخذي القرار بمصنع أبناء المشاط؟

1.5 فرضيات الدراسة(Research Hypotheses)

الفرضية الأولى: يوجد تطابق تام ودقيق بين نتائج طرق الحل اليدوي (طريقة زاوية الشمال الغربي وطريقة اقل تكلفة وطريقة فوجل وطريقة السمبلكس ذات الطورين) والحلول البرمجية المنتجة عبر R و .Python

الفرضية الثاني : يتمتع الحل اللوجستي الأمثل المقترح بمستوى استقرار عالٍ يتيح لإدارة المصنع مرونة الحركة والتخطيط المالي واللوجستي .

1.6 حدود الدراسة (Scope and Limitations)

الحدود الموضوعية: تقتصر الدراسة على حل مسألة النقل الخطي المتوازن وتطبيق تحليل الحساسية (أسعار الظل والتكاليف المختزلة) .

الحدود المكانية: مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي بليبيا (وحدات إنتاج جنزور والسراج، ومحاجر العزيزية، الرابطة، بني وليد) .

الحدود الزمانية: تم الاعتماد على البيانات اللوجستية المنشورة في دراسة (Alfaqihe- Al shrefe,2025)

2 .الخلفية النظرية (Theoretical Background)

2.1 البرمجة الخطية ومسألة النقل

تُعد البرمجة الخطية من أبرز أساليب بحوث العمليات المستخدمة في دعم اتخاذ القرار، حيث تعتمد على نماذج رياضية تهدف إلى تعظيم الأرباح أو تقليل التكاليف في ظل مجموعة من القيود الخطية. وتُعد مسألة النقل أحد أهم تطبيقاتها، إذ تهدف إلى تحديد الكميات المثلى المنقولة من عدة مصادر إلى عدة وجهات بما يحقق أقل تكلفة ممكنة مع الالتزام بقيود العرض والطلب) طه، 2011؛ Hillier & Lieberman, 2021).

وتوجد عدة أساليب لإيجاد الحلول الابتدائية لمسألة النقل، مثل طريقة زاوية الشمال الغربي، وطريقة أقل تكلفة، وطريقة فوجل التقريبية، بينما تُستخدم خوارزمية السمبلكس للوصول إلى الحل الأمثل. وقد أسهمت البيئات البرمجية الحديثة، مثل R وPython، في تسريع عمليات الحل وتحسين دقتها، إضافة إلى توفير إمكانات متقدمة لتحليل الحساسية ودعم اتخاذ القرار(Berkelaar et al., 2015 ؛ Virtanen et al., 2020؛ R Core Team, 2024).

2.2 تحليل الحساسية (Sensitivity analysis)

يُعد تحليل الحساسية أداة أساسية في أمثلة اتخاذ القرار، حيث يهدف إلى دراسة مدى استقرار واستجابة الحل الأمثل (Optimal Solution) للتغيرات المحتملة في معلمات النموذج دون الحاجة لإعادة حل المسألة من البداية. في مسألة النقل، تركز هذه التغيرات بشكل أساسي على معلمات التكلفة وقيم العرض والطلب .

2.2.1 تحليل الحساسية في طريقة السمبلكس (Simplex Method Sensitivity)

تتميز طريقة السمبلكس بمرونة عالية وهيكلية رياضية واضحة في إجراء تحليل الحساسية اعتماداً على المصفوفة الأساسية النهائية وعناصر جدول السمبلكس الأخير:

1. تغيرات معاملات التكلفة C_{ij}

- للمتغيرات غير الأساسية: يظل الحل الأمثل مستقراً طالما أن التغير في التكلفة لا يجعل التكلفة المخفضة سالبة (في مسائل التدنية) الحد المسموح به للتغير يُحسب مباشرة من صف الدالة الهدف.
- للمتغيرات الأساسية : يؤثر التغير في تكلفة متغير أساسي على جميع التكاليف المخفضة للمتغيرات غير الأساسية. يتم تحديد مدى السماحية عبر حل المتباينات المستندة إلى المتجه $C_B\ B^{-1}$.

2. تغيرات قيم الطرف الأيمن:

- يتم تحديد مدى مسموحية التغير في قيم العرض a_i أو الطلب b_j
- تشتق أسعار الظل (Shadow Prices) مباشرة من قيم المتغيرات الثنائية المصاحبة للحل الأمثل، والتي تبين مدى حساسية قيمة الدالة الهدف للتغير بمقدار وحدة واحدة في العرض أو الطلب.

2.2.2 تحليل الحساسية في خوارزميات النقل التقليدية (Transportation Sensitivity)

على الرغم من كفاءة خوارزميات النقل التقليدية مثل طريقة فوجل التقريبية VAM متبوعة بطريقة MODI عفي إيجاد الحل الأمثل بسرعة، إلا أن إجراء تحليل الحساسية عليها يدوياً يُعد أكثر تعقيداً مقارنة بالسمبلكس لذا في هذه الدراسة اقتصرت علي حساب تحليل الحساسية في خوارزمية السيمبلكس.

يمثل تحليل الحساسية مرحلة ما بعد الوصول إلى الحل الأمثل، ويهدف إلى تقييم مدى استقرار الحل عند حدوث تغيرات في معاملات دالة الهدف أو في قيم العرض والطلب. كما يتيح استخراج أسعار الظل والتكاليف المختزلة، والتي توفر مؤشرات كمية تساعد متخذي القرار على تقييم تأثير التغيرات المحتملة في الموارد أو الطلب، ودعم التخطيط واتخاذ القرارات اللوجستية بصورة أكثر كفاءة (طه، 2011؛ Hillier & Lieberman, 2021).

3 .الدراسات السابقة (Previous Studies)

تناولت العديد من الدراسات تطبيق نماذج النقل في تحسين عمليات التوزيع وخفض التكاليف. فقد أوضحت دراسة عاشور وبوتيارة (2020) أهمية نماذج النقل في تحسين إدارة المخزون وترشيد تكاليف النقل داخل المؤسسات الإنتاجية، مؤكدةً دور البرمجة الخطية في دعم القرارات التشغيلية.

وفي السياق المحلي، قدمت دراسة الفقيه ونصر (2023) نموذجًا رياضيًا لتحديد خطة النقل المثلى في مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي باستخدام طرق حل مسائل النقل وخوارزمية السمبلكس، وأثبتت إمكانية الوصول إلى أقل تكلفة لنقل المواد الخام بين المحاجر ووحدات الإنتاج.

كما تناولت دراسة حماد وآخرين (2025) تحليل الحساسية في نماذج البرمجة الخطية، وأبرزت أهمية أسعار الظل والتكاليف المختزلة في تقييم أثر التغيرات في القيود ومعاملات دالة الهدف، ودورها في دعم متخذي القرار عند دراسة البدائل المستقبلية.

وتؤكد الأدبيات الأجنبية، خاصةً ما ورد في مرجع(2021) Hillier and Lieberman ، أن دمج البرمجة الخطية مع الأدوات الحاسوبية الحديثة يسهم في رفع كفاءة حل النماذج وتحسين جودة القرارات، في حين توفر مكتبات lpSolve في لغة R و SciPyو PuLPفي لغة Python بيئة فعالة لبناء النماذج الرياضية وتنفيذ تحليل الحساسية بكفاءة عالية (Virtanen et al., 2020؛ Berkelaar et al., 2015).

وفي السياق المحلي، قدمت دراسة (Alfaqihe- Al shrefe,2025) نموذجًا رياضيًا لمسألة النقل في مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي، بهدف تحديد خطة النقل المثلى للمواد الخام بين المحاجر ووحدات الإنتاج. واعتمدت الدراسة على تطبيق طريقة السمبلكس للوصول إلى الحل الأمثل، مع مقارنة نتائجها بطرق الحل الابتدائية لمسألة النقل، وهي طريقة زاوية الشمال الغربي، وطريقة أقل تكلفة، وطريقة فوجل التقريبية. وأظهرت النتائج كفاءة طريقة السمبلكس في الوصول إلى أقل تكلفة للنقل، مما وفر أساسًا رياضيًا يمكن البناء عليه في الدراسات اللاحقة. وتستند الدراسة الحالية إلى هذا النموذج، مع توسيع نطاق التحليل من خلال التحقق البرمجي باستخدام لغتي R وPython، وإجراء تحليل الحساسية لتقييم استقرار الحل الأمثل واستخراج أسعار الظل والتكاليف المختزلة.

4 .الفجوة البحثية (Research Gap)

على الرغم من أهمية الدراسات السابقة في تطوير تطبيقات نماذج النقل، فإن معظمها ركز على بناء النموذج الرياضي أو تطبيق إحدى طرق الحل، في حين تناولت دراسات أخرى تحليل الحساسية بصورة مستقلة. كما أن عدد الدراسات التي جمعت بين التحقق من الحلول اليدوية، والمقارنة مع الحلول البرمجية باستخدام أكثر من لغة برمجة، وتطبيق تحليل الحساسية ضمن بيئة صناعية ليبية ما يزال محدودًا. ومن هذا المنطلق، تسعى الدراسة الحالية إلى سد هذه الفجوة من خلال التحقق من نتائج الحلول اليدوية، ومقارنتها بالحلول البرمجية باستخدام R وPython، مع توظيف تحليل الحساسية لتقييم استقرار الحل الأمثل واستخراج مؤشرات كمية تدعم اتخاذ القرار اللوجستي في مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي.

5 .منهجية الدراسة (Methodology)

اعتمدت هذه الدراسة المنهج الكمي التطبيقي لتقييم كفاءة النمذجة الرياضية والبرمجية في حل مسألة النقل وتحليل حساسيتها. واستندت إلى نموذج النقل الذي تم بناءه في دراسة Alfaqihe- Al shrefe 2025 , والمطبق على مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي، والذي يهدف إلى تحديد خطة النقل المثلى للمواد الخام من المحاجر إلى وحدات الإنتاج بأقل تكلفة ممكنة.

اعتمدت الدراسة على بيانات تكاليف النقل وكميات العرض والطلب الواردة في الدراسة السابقة، حيث يمثل النموذج ثلاث جهات توريد هي محاجر العزيزية والرابطة وبني وليد، وجهتي طلب هما وحدتا الإنتاج في جنزور والسراج. ونظرًا لتساوي إجمالي العرض مع إجمالي الطلب، فقد صُنِّفت المسألة على أنها مسألة نقل متوازنة.

صيغ النموذج في صورة نموذج برمجة خطية يهدف إلى تقليل إجمالي تكاليف النقل مع الالتزام بقيود العرض والطلب. وللتحقق من صحة النتائج، تم تطبيق الحل اليدوي باستخدام طرق زاوية الشمال الغربي، وأقل تكلفة، وطريقة فوجل التقريبية، إضافة إلى طريقة السمبلكس ذات الطورين، ثم مقارنة النتائج بالحلول البرمجية باستخدام مكتبة lpSolve في لغة R ومكتبة PuLP في لغة Python

ولتحليل استقرار الحل الأمثل، أُجري تحليل الحساسية من خلال حساب أسعار الظل والتكاليف المختزلة، وتقييم أثر التغيرات المحتملة في معاملات دالة الهدف وقيود العرض والطلب، بهدف توفير مؤشرات كمية تدعم متخذي القرار في تحسين كفاءة التخطيط اللوجستي واتخاذ القرارات التشغيلية.

5.1 وصف حالة الدراسة

اعتمدت هذه الدراسة على مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي بوصفه حالةً دراسية لتطبيق نموذج النقل، نظرًا لاعتماده على توريد المواد الخام من عدة محاجر إلى وحدات إنتاج مختلفة، مما يجعله مثالًا مناسبًا لتطبيق نماذج البرمجة الخطية في تحسين قرارات النقل. واستندت الدراسة إلى النموذج الرياضي الذي طُوِّر في دراسة (Alfaqihe- Al shrefe,2025) مع إعادة التحقق من نتائجه باستخدام لغتي R وPython، وإجراء تحليل الحساسية لتقييم استقرار الحل الأمثل ودعم اتخاذ القرار.

5.2 بيانات الدراسة

اعتمدت الدراسة على بيانات مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي، وتشمل البيانات تكاليف نقل المواد الخام من ثلاثة محاجر (العزيزية، الرابطة، وبني وليد) إلى وحدتي الإنتاج (جنزور والسراج)، بالإضافة إلى كميات العرض والطلب. ويعرض الجدول (1) بيانات النموذج المعتمدة في الدراسة.

جدول (1): تكاليف النقل وكميات العرض والطلب

الوحدات الإنتاجية / المحاجر		الرابطة	بني وليد	الطلب
المصنع الأول	300 X_{11}	400 X_{12}	550 X_{13}	245
المصنع الثاني	410 X_{21}	450 X_{22}	580 X_{23}	105
العرض	100	100	150	350

يوضح الجدول 1 بيانات مسالة النقل المعتمدة في هذه الدراسة والتي تتضمن تكاليف نقل المواد الخام من المحاجر الي وحدات الإنتاج، إضافة الي كميات العرض والطلب وقد اعتمدت هذه الدراسة والمستمدة من (Alfaqihe- Al shrefe,2025) وتم استخدامها لبناء نموذج البرمجة الخطية والتحقيق من الحل باستخدام الطرائق اليدوية والبرمجية .

5.3 الصياغة الرياضية للنموذج

صيغت مسألة النقل في صورة نموذج برمجة خطية يهدف إلى تقليل إجمالي تكاليف النقل وبفرض أن x_{ij} تمثل كمية المواد الخام المنقولة من المحجر i (حيث $i = 1$ العزيزية، $i = 2$ الرابطة،3= i بني وليد) إلى وحدة الإنتاج j حيث 1=jالمصنع الأول بجنزور، حيث 2=j مصنع الثاني بالسراج ويمكن التعبير عن دالة الهدف وصيغة النموذج كما يلي:

$$\text{Min } z = 300x_{11} + 400x_{12} + 550x_{13} + 410x_{21} + 450x_{22} + 580x_{23}$$

Subject to (S.t);

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 245$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 105$$
$$x_{11} + x_{21} = 100$$
$$x_{12} + x_{22} = 100$$
$$x_{13} + x_{23} = 150$$
$$x_{ij} \geq 0$$

5.4 أساليب الحل والتحقق البرمجي (Solution Methods & Programmatic Verification)

من اجل ضمان شمولية التحليل والتحقق من دقة النتائج اللوجستية لمصنع أبناء المشاط، اعتمدت الدراسة على منهجية تكاملية ثنائية المسار، تجمع بين الحل اليدوي التقليدي والتدقيق البرمجي المزدوج، وذلك على النحو الآتي:

5.4.2 مسار التحقق والحل البرمجي

1. **إيجاد الحل الأساسي الممكن الابتدائي:(Initial Basic Feasible Solution)**

تم تطبيق ثلاثة من أشهر الأساليب الكلاسيكية لتقييم كفاءة كل منها وقدرتها على تقريب كلفة النقل الابتدائية:

- **طريقة زاوية الشمال الغربي :(North-West Corner Method)** وهي طريقة ميكانيكية تعتمد على التوزيع الجغرافي للمصفوفة تبدأ من أقصى اليمين العلوي دون النظر لقيم التكاليف الفعلية.
- **طريقة أقل تكلفة :(Least Cost Method)** وتركز على التخصيص للمسارات ذات التكلفة الأقل أولاً لتقليص كلفة الشحن الابتدائية بشكل مباشر.
- **طريقة فوجل التقريبية :(Vogel's Approximation Method - VAM)** وتعتمد على حساب "الجزاءات" أو كلفة الفرصة البديلة (Penalty) لكل صف وعمود، وهي من أدق الطرق الابتدائية وغالباً ما توفر حلاً قريباً جداً من الحل الأمثل المطلق.

2. **اختبار الأمثلية والوصول للحل الأمثل:(Optimality Test)**

نظراً لأن طرق النقل التقليدية تتطلب اختبارات أمثلية يدوية متكررة) مثل التوزيع المعدل (MODI، تم في هذه الدراسة تحويل مسألة النقل إلى صيغتها القياسية كنموذج برمجة خطية، وتطبيق **خوارزمية السمبلكس ذات الطورين (Two-Phase Simplex Method)** يدوياً. يضمن هذا الإجراء الوصول إلى الحل الأمثل المطلق واستخراج مصفوفة الحل النهائي التي تشكل الأساس الرياضي لإجراء تحليل الحساسية. ولتجنب التكرار والإطالة، ولأن هذه الخطوات الحسابية والجدولية تعد من الإجراءات القياسية والمعيارية المتوفرة في أدبيات بحوث العمليات، فقد آثرت الدراسة عدم عرض الجداول اليدوية التفصيلية والاكتفاء بمقارنة نتائجها النهائية بالحل البرمجي.

5.4.2 مسار التحقق والحل البرمجي (Programmatic Verification)

لضمان خلو الحسابات اليدوية من الأخطاء البشرية ولإبراز سرعة ودقة الحلول الحاسوبية، تم بناء النموذج برمجياً وحله بشكل متوازٍ عبر بيئتين مستقلتين:

- **بيئة لغة R باستخدام حزمةlpSolve :** تم تمثيل مصفوفة التكاليف وقيود العرض والطلب وحل النموذج لاستخراج قيمة دالة الهدف المتدنية، والمتغيرات الأساسية، وتقارير الحساسية بصورة مباشرة.
- **بيئة لغة Python باستخدام مكتبة PuLP:** وقد صيغت فيها النموذج كمسألة تدنية تكاليف (Minimization)واستدعاء حلّال (Solver) متقدم للتحقق المتوازي والمستقل من دقة النتائج وتطابقها التام مع مخرجات لغة R والحل اليدوي

5.5 تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

بعد الوصول إلى الحل الأمثل والتحقق من كفاءته لنموذج النقل، يأتي دور **تحليل ما بعد الأمثلية** أو ما يُعرف بـ **تحليل الحساسية** .يهدف هذا التحليل إلى تقييم مدى مرونة واستقرار الخطة اللوجستية المقترحة في ظل التغيرات الديناميكية المحتملة في معلمات النموذج (مثل تقلبات أسعار الشحن، أو التغير في طاقات العرض والطلب بمصنع أبناء المشاط).

يركز التحليل بشكل أساسي على استخراج وتحليل مؤشرين كميين بالغي الأهمية:

- **أسعار الظل :(Shadow Prices)** لتقييم مدى استجابة دالة الهدف (التكلفة الكلية) للتغير في قيود الطرف الأيمن (طاقات العرض والطلب) بمقدار وحدة واحدة.
- **التكاليف المختزلة :(Reduced Costs)** لتحديد مقدار التغير المطلوب في معاملات التكلفة للمتغيرات غير الأساسية (المسارات غير المستغلة حالياً) لجعل شحن المواد الخام عبرها خياراً اقتصادياً مجدياً.

وقد جرى تنفيذ هذا التحليل برمجياً وبشكل متوازٍ باستخدام بيئتي R و Python لضمان موثوقية المؤشرات المستخرجة ودقتها، مما يمنح متخذي القرار رؤية استباقية تدعم التخطيط اللوجستي والمالي بكفاءة عالية.

6 .النتائج والمناقشة.(Results and Discussion)

في هذا القسم، يتم عرض ومناقشة النتائج التي تم التوصل إليها من خلال تطبيق المسارين اليدوي والبرمجي لحل نموذج النقل الخاص بمصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي، بالإضافة إلى استعراض وتحليل الحساسية لتقييم مدى مرونة واستقرار الحل الأمثل.

6.1 مقارنة نتائج طرق الحل الابتدائية مع الحل البرمجي

تطلّب البحث حساب الحل الابتدائي الممكن يدويًا عبر ثلاث طرق كلاسيكية وذلك لتقييم كفاءة التوزيع الأولي مقارنة بالحل الأمثل الذي توفره البرمجيات. وقد أظهرت النتائج تبايناً منطقياً في دقة الحلول الابتدائية على النحو التالي:

- **طريقة زاوية الشمال الغربي :**أعطت تكلفة ابتدائية مرتفعة نظراً لتجاهلها التام لعناصر التكلفة الفعلية والتركيز فقط على التوزيع الجغرافي للمصفوفة.
- **طريقة أقل تكلفة :**حققت تحسيناً ملموساً في خفض الكلفة الابتدائية من خلال إعطاء الأولوية للمسارات الأقل تكلفة.
- **طريقة فوجل التقريبية :(VAM)** كانت الأدق والأقرب للحل الأمثل الفعلي، حيث اعتمدت على مفهوم كلفة الفرصة البديلة (الجزاءات)، مما جعل حلها الابتدائي يقترب كثيراً من خطة التوزيع المثلى.

عند مطابقة هذه الحلول اليدوية مع الحلول البرمجية عبر لغتي R وPython، تبيّن وجود تطابق دقيق وموثوق في قيم التكاليف الابتدائية المستخرجة، مما يؤكد سلامة الحسابات اليدوية ودقة الخوارزميات البرمجية المستخدمة في المعالجة.

6.2 مقارنة نتائج السمبلكس مع الحل البرمجي

للوصول إلى الحل الأمثل المطلق، تم تطبيق خوارزمية السمبلكس ذات الطورين يدوياً. وعند مقارنة مخرجات هذا الحل المتقدم بالحل البرمجي المطور عبر بيئةR مكتبة lpSolve وبيئة Python مكتبة PuLP، أظهرت النتائج **تطابقاً كاملاً بنسبة 100 %**في كافة مخرجات النموذج:

1. **قيمة دالة الهدف (الحد الأدنى للتكلفة الكلية) :**بلغت التكلفة الإجمالية المثلى **155,650**وحدة نقدية في كافة طرق الحل (اليدوية والبرمجية المتوازية).
2. **كميات الشحن المثلى (قيم المتغيرات الأساسية):** تم توزيع كميات المواد الخام من المحاجر إلى المصانع على النحو التالي:

- نقل **100**وحدة من محجر العزيزية إلى المصنع الأول بجنزور.$(x_{11} = 100)$
- نقل **100**وحدة من محجر الرابطة إلى المصنع الأول بجنزور..$(x_{21} = 100)$
- نقل **45**وحدة من محجر بني وليد إلى المصنع الأول بجنزور.$(x_{31} = 45)$
- نقل **105**وحدات من محجر بني وليد إلى المصنع الثاني بالسراج.$(x_{32} = 105)$
- بينما بقيت المسارات الأخرى غير مستغلة (قيمتها صفر في الحل الأمثل).

هذا التطابق التام يؤكد دقة الصياغة الرياضية للنموذج، وينفي وجود أي أخطاء حسابية أو برمجية أثناء التنفيذ.

6.3 نتائج تحليل الحساسية ومقارنة الحل اليدوي والبرمجي

بعد الوصول إلى خطة التوزيع المثلى، أُجري تحليل الحساسية (تحليل ما بعد الأمثلية) عبر مسارين متوازيين :**مسار الحساب اليدوي** اعتماداً على العلاقات الرياضية لجدول السمبلكس النهائي والمصفوفة الأساسية المعكوسة B^{-1} و**مسار الحل البرمجي** الفوري باستخدام لغتي R و.Python

وقد شمل التحليل حساب **التكاليف المختزلة** للمسارات غير المستغلة، وحساب **أسعار الظ** لقيود العرض والطلب لتحديد مدى استقرار واستجابة دالة الهدف للتغيرات المحتملة.

أظهرت المقارنة المنهجية تطابقاً تاماً ودقيقاً بين النتائج المستخرجة يدوياً وتلك المنتجة برمجياً، كما يوضحه الجدول رقم (2) بالتفصيل:

جدول 2: أسعار الضلل والتكلة المختزلة.

المتغير X_{ij}	مسار النقل من المحجر الي الصنع	معامل التكلفة الفعلي C_j	القيم في جدول السمبلكس Z_j	التكلفة المختزلة يدويا $C_j - Z_j$	التكلفة المختزلة بمكتبتي Rو البايثون
X_{11}	العزيزية - جنزور	300	300	0	0
X_{12}	الرابطة -جنزور	400	400	0	0

X_{13}	بني وليد - جنزور	550	550	0	0
X_{21}	العزيزية - السراج	330	410	80	80
X_{22}	الرابطة- السراج	430	450	20	20
X_{23}	بني وليد-السراج	580	580	0	0

من خلال جدول 2 نلاحظ اللاتي:

1- **التطابق التام بين الحل اليدوي والبرمجي :**أظهرت النتائج توافقاً مطلقاً بنسبة **100%**بين قيم الفروق اليدوية المستخرجة من صف دالة الهدف $C_j - Z_j$ في جدول السمبلكس النهائي، وقيم التكاليف المختزلة (Reduced Costs) الناتجة عن الحل البرمجي المتوازي لبرنامجي R و Python. هذا التطابق التام يبرهن على دقة العمليات الحسابية اليدوية وصحة الصياغة البرمجية لنموذج النقل.

2- **تحليل المتغيرات الأساسية (Basic Variables):** تشير المتغيرات x_{11} ، x_{12}،x_{13}،x_{21}،x_{22}،x_{23} إلى المسارات النشطة والمستغلة فعلياً في عملية شحن المواد الخام من المحاجر إلى الوحدات الإنتاجية للمصنع. وبما أنها تشكل أساس الحل الأمثل، فإن تكلفتها المختزلة مساوية تماماً للصفر $C_j - Z_j = 0$ يدوياً وبرمجياً، مما يدل إحصائياً على أن التوزيع الحالي يحقق الاستغلال الأقصى والأمثل للموارد المتاحة دون وجود أي كلفة فرصة بديلة ضائعة.

3- **تحليل المتغيرات غير الأساسية (Non-Basic Variables):** تمثل هذه المتغيرات المسارات غير المستغلة (المغلقة) في خطة الشحن الحالية نظراً لعدم جدواها الاقتصادية في الوقت الراهن مقارنة بالبدائل المتاحة، وتفسر قيمها كالتالي:

- **المسار من العزيزية الي السراج x_{12} :** بلغت تكلفته المختزلة **80**وحدة نقدية يدوياً وبرمجياً. ويشير ذلك من الناحية الاقتصادية إلى أنه في حال اتخاذ قرار تشغيلي بالشحن عبر هذا المسار، فإن التكلفة الإجمالية للنقل (Z) تشهد زيادة فورية بمقدار 80 وحدة نقدية لكل وحدة يتم نقلها. ولكي يصبح هذا المسار منافساً واقتصادياً، يتطلب الأمر تخفيض تكلفة الشحن الفعلية الحالية بمقدار 80 وحدة نقدية على الأقل لتصبح 330 بدلاً من 410.
- **المسار من الرابطة الي السراج x_{12} :** بلغت تكلفته المختزلة **20**وحدة نقدية يدوياً وبرمجياً. ويعني ذلك أن استخدام هذا المسار سيتسبب في زيادة التكلفة الإجمالية للمصنع بمقدار 20 وحدة نقدية لكل وحدة شحن. وبناءً عليه، يتطلب إدخال هذا المسار في خطة الشحن المستهدفة تفاوضاً لخفض كلفة الشحن الفعلية بمقدار 20 وحدة نقدية على الأقل لتصبح 430 بدلاً من 450.

4- **القيمة التطبيقية لمتخذ القرار :**يزود تحليل التكاليف المختزلة إدارة مصنع أبناء المشاط بأداة مرنة للمفاضلة والتفاوض مع ناقلي المواد الخام، حيث يحدد بدقة الهوامش المالية المطلوبة (20 و 80 وحدة نقدية) لتعديل مسارات الشحن دون الإضرار بكفاءة الميزانية اللوجستية للمصنع، مما يضمن اتخاذ قرارات مرنة مدعومة بأسس علمية دقيق.

6.4 مناقشة النتائج

أظهرت المقارنات بين أساليب الحل اليدوية والبرمجية توافقًا كاملًا في النتائج، مما يؤكد صحة النموذج الرياضي ودقة تنفيذ الخوارزميات باستخدام R وPython. كما أثبت تحليل الحساسية قدرة الأدوات البرمجية على توفير مؤشرات كمية مهمة، مثل أسعار الظل والتكاليف المختزلة، لدعم اتخاذ القرار وتقييم أثر التغيرات المحتملة في بيانات النموذج. والجدول رقم 3 يوضح نتائج المقارنة

جدول 3: جدول المقارنات

وجه المقارنة	الحل اليدوي (الطرق التقليدية)	السمبلكس (ذات الطورين)	الحل البرمجي (R\Python)
الهدف	طرق إيجاد حل أساسي مبدئي	خوارزمية برمجة خطية متقدمة	نمذجة رقمية متطورة
الدقة	جيدة للبدء ولكنها غير نهائية	عالية تصل للحل الأمثل	دقيقة جداً تتجنب الخطأ البرمجي
السرعة	تستغرق وقت وجهد في لعمليات	تتطلب خطوات كثيرة ومعقدة	لحظية بمجرد تشغيل الكود
تحليل الحساسية	غير ممكن بالطرق الثلاثة	ممكنه عبر حسابات يدوية معقدة	مباشر باستخدام الدوال البرمجية
النتيجة النهائية Z	155650	155650	155650

7 - الخاتمة والتوصيات(Conclusion and Recommendations)

7.1الخاتمة Conclusion

هدفت هذه الدراسة إلى تقييم كفاءة استخدام النمذجة الرياضية والبرمجية في حل مسائل النقل وتحليل حساسيتها، بالتطبيق العملي على مصنع أبناء المشاط لصناعة الطوب الإسمنتي بليبيا. وقد تم تحقيق ذلك من خلال مسارين متكاملين: مسار الحل اليدوي التقليدي (طريقة زاوية الشمال الغربي، أقل تكلفة، طريقة فوجل التقريبية، وخوارزمية السمبلكس ذات الطورين)، ومسار الحل والتدقيق البرمجي المتوازي باستخدام لغتي R مكتبة lpSolve و Pythonمكتبة .PuLP

وقد خلصت الدراسة إلى مجموعة من النتائج الجوهرية، أبرزها:

- **التطابق المطلق في النتائج :**أظهرت المقارنات تطابقاً تاماً بنسبة **100%**بين الحلول اليدوية ومخرجات البرمجة الرقمية، حيث بلغت التكلفة الإجمالية المثلى لنقل المواد الخام **155,650** وحدة نقدية.
- **إثبات كفاءة الأدوات البرمجية :**بيّنت المقارنة المنهجية أن استخدام لغتي R و Pythonيختصر الوقت والجهد بشكل لحظي، ويتجاوز التعقيدات الحسابية للحل اليدوي، مع ضمان الدقة المطلقة وتفادي الأخطاء البشرية.
- **أهمية تحليل الحساسية :**قدّم تحليل الحساسية (سواء المحسوب يدوياً عبر جداول السمبلكس أو المستخرج برمجياً) مؤشرات بالغة الأهمية لمتخذي القرار بالمصنع حيث حددت التكاليف المختزلة بدقة المسارات غير الاقتصادية (مثل مسار العزيزية - السراج بتكلفة مختزلة 80 وحدة نقدية، ومسار الرابطة - السراج بتكلفة مختزلة 20 وحدة نقدية)، والظروف المالية المطلوبة لجعل هذه المسارات مجدية مستقبلاً.

1.7التوصيات (Recommendations)

استنادا إلى النتائج التي توصلت إليها الدراسة، توصي الباحثة بما يأتي:

1- ضرورة اعتماد مصنع أبناء المشاط والمؤسسات الصناعية الليبية المشابهة على البرمجيات الإحصائية المتخصصة) مثل R و (Pythonلبناء خطط الشحن والتوزيع، بدلاً من الاعتماد على التقديرات الشخصية أو الطرق التقليدية.

2- توصي الدراسة إدارة المصنع باستخدام مؤشرات أسعار الظل والتكاليف المختزلة كمرجع أساسي عند التفاوض مع ناقلي المواد الخام أو عند التخطيط المالي وتعديل الميزانيات التشغيلية لمواجهة تقلبات الأسعار في السوق المحلية.

3- تشجيع الباحثين على تطبيق النموذج الرياضي المقترح في هذه الدراسة على مشكلات نقل أكثر تعقيداً وديناميكية، مثل شبكات النقل متعددة المراحل (Transshipment Problems) أو نماذج النقل غير المتوازنة.

4- دعوة الجامعات والمراكز البحثية الليبية لتقديم استشارات كمية مدعومة برمجياً للشركات الإنتاجية المحلية، مما يسهم في رفع الكفاءة التشغيلية، وخفض الهدر المالي، ودعم الاقتصاد الوطني.

8 - المراجع Reference

أولا: المراجع العربية

[1] الجواد، دلال صادق، وافتال، حميد ناصر .(2008) .بحوث العمليات .دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع.

[2] حماد، حيدر مجيد، وعبد الحسين، مهند سالم، وعبد، منتظر صالح .(2025) .استعمال تحليل الحساسية في البرمجة الخطية [مشروع تخرج بكالوريوس غير منشور]. كلية التربية، جامعة ميسان.

[3] الشيخ، أبو القاسم مسعود .(1997) .بحوث العمليات .منشورات جامعة التحدي.

[4] طه، حمدي أ .(2011) .مقدمة في بحوث العمليات: الجزء الأول – النماذج المحددة (أحمد حسين علي حسين، مترجم). دار المريخ للنشر.

[5] عاشور، بدار، وبوتيارة، عنتر .(2020) .استخدام نماذج النقل في تقييم مخزونات المؤسسة .مجلة الباحث الاقتصادي، 8(1)، 45-62.

[6] مخلوف، إبراهيم أحمد .(1990) .التحليل الكمي في الإدارة .مطابع جامعة الملك سعود.

[7] مصطفى، أحمد، والعرباوي، عمر .(2008) .مشكلة النقل كأداة مساعدة على اتخاذ قرارات أقل تكلفة: دراسة حالة المؤسسة الوطنية للأحجار الطبيعية بسيدي بلعباس جامعة جيلالي ليابس.

ثانيا: المراجع الإنجليزية

[8] Al-Faqih, H. I., & Shrefe, A. M. (2025). Efficiency of the Simplex Method in Solving Transportation Problems. Academic Journal of Science and Technology, 5(1), 270–276..

[9] Berkelaar, M., Eikland, K., & Notebaert, P. (2015). lpSolve: Interface to LP Solve (R package version 5.6.13) [Computer software]. https://CRAN.R-project.org/package=lpSolve

[10] Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2021). Introduction to operations research (11th ed.). McGraw-Hill.

[11] R Core Team. (2024). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. https://www.R-project.org/

[12] Van Rossum, G., & Drake, F. L. (2011). The Python language reference manual. Python Software Foundation.

[13] Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., Haberland, M., Reddy, T., Cournapeau, D., Burovski, E., Peterson, P., Weckesser, W., Bright, J., van der Walt, S. J., Brett, M., Wilson, J., Millman, K. J., Mayorov, N., Nelson, A. R. J., Jones, E., Kern, R., Larson, E., ... SciPy 1.0 Contributors. (2020). SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in python. Nature Methods, *17*(3), 261–272. https://doi.org/10.1038/s41592-020-0772-5

Disclaimer/Publisher's Note: The statements, opinions, and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and not of **JIBAS** and/or the editor(s). **JIBAS** and/or the editor(s) disclaim responsibility for any injury to people or property resulting from any ideas, methods, instructions, or products referred to in the content.